

TÉCNICAS DE MULTIPLICACIÓN¹

I.- CONOCIMIENTOS PREVIOS AL ESTUDIO DE LAS TÉCNICAS DE MULTIPLICACIÓN:

- Saber descomponer un número escrito en base diez de la forma siguiente:
 $2013 = 2000 + 10 + 3$ ó $2013 = 1000 + 1000 + 10 + 1 + 1 + 1$
- Saber utilizar la técnica aditiva para reducir sumas de varios sumandos.
- Saber utilizar el signo x y escrituras con paréntesis conteniendo los signos + y x.
- Saber contar ascendente y descendentemente de 2 en 2, 3 en 3, etc., y saber ligar esta actividad con escrituras aditiva y multiplicativa.
- Disponer de un repertorio de resultados ya memorizados, o en proceso, de productos elementales.

II.- ACTIVIDADES PREPARATORIAS PARA LAS TÉCNICAS MULTIPLICATIVAS:

OBJETIVOS:

- Poner a los niños en situación de cálculo de productos durante la cual puedan descubrir “procedimientos económicos”
- Llevarles a tomar conciencia de la necesidad de un procedimiento que sea adaptable a cualesquiera números.

II. 1. Recortado de cuadrículas:

Primera etapa:

Cada grupo de niños dispone de un dibujo consistente en un rectángulo cuadrículado (por ejemplo de seis filas por veintisiete columnas). Deberá expresar primero el número de casillas en la forma 6×27 ; después de la forma usual 162 sin contar las casillas una por una. Pueden utilizarse resultados de un repertorio expuesto en la pizarra, como: $7 \times 6 = 42$, $5 \times 6 = 30$, etc. Pueden escribir sobre la cuadrícula. Cada equipo explicará cómo ha obtenido su resultado.

Segunda etapa:

Cálculo de 15×18 .

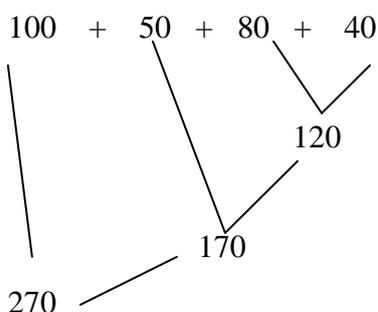
Ahora no hay ningún repertorio a la vista.

¹ ERMEL: *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire, cycle élémentaire-tome 2*, pg. 226-236, Sermap/OCDL, Paris, 1978.

El trabajo se hace sobre las cuadrículas. Pero el método seguido se explicará sobre hoja en blanco, (para favorecer planes de recortado).

Se confrontan los distintos métodos.

Se hará resaltar que el recortado favorece el cálculo.



II. 2. Descubrimiento de la “ley de los ceros”.

Este descubrimiento se hace por la transmisión de los planes de recortado.

Primera etapa:

Se proponen de nuevo ejercicios como los anteriores, pero utilizando los esquemas de recortado obtenidos, sin la cuadrícula completa.

Por ejemplo: para 18×24

	10	10	4
10			
8			

O bien, se pueden constituir dos grupos de niños A y B; individualmente cada niño de A calcula 24×32 . Individualmente cada niño de B calcula 21×36 .

Cada niño de A transmite su plan de recortado (o esquema de partición), sin resultados, a otro niño de B (y recíprocamente). El receptor, con la ayuda de papel cuadrículado constituye los tableros correspondientes y constituye el resultado.

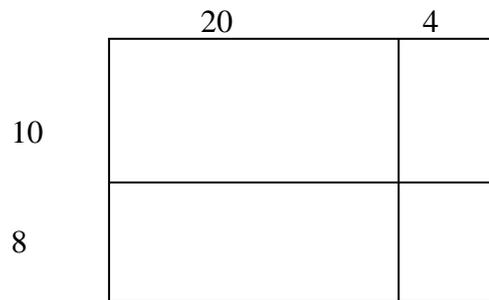
Verificación por parejas A y su correspondiente de B.

Segunda etapa:

Durante los ejercicios precedentes se ha utilizado con frecuencia $10 \times 10 = 100$, $2 \times 10 = 20$, $7 \times 10 = 70$,... Se enunciará la regla. A continuación se propondrán numerosos ejercicios para su utilización.

Tercera etapa:

En el caso 18×24 , un plan de recorte más económico sería:



Este plan supone la utilización de $8 \times 20 = 160$.

Justificaciones:

$$8 \times 20 = 8 \times 2 \times 10 = 16 \times 10 = 160 \quad \text{ó} \quad 8 \times 20 = 8 \times (10 + 10) = 80 + 80 = 160$$

Se proponen otros ejercicios: 7×30 , 12×40 , 60×6 ,...

Cuarta etapa:

En el caso de cálculos como 24×32 , 21×26 , 57×72 , van a aparecer los productos 20×30 , 20×20 , 50×70 . Por ejemplo, en 50×70 :

$$50 \times 70 = 5 \times 10 \times 7 \times 10 = 35 \times 10 \times 10 = 350 \times 10 = 3500.$$

Calcularemos a continuación 50×80 , 60×70 ,...

Agruparemos los resultados obtenidos y los expondremos en la pizarra.

Quinta etapa:

Cálculo de 7×100 , 40×100 , 8×300 , 800×60 ,... Justificación de resultados y explicitación de métodos.

II.3. Paso del “plano de los recortes” al comienzo de la representación.

Con números grandes resulta difícil respetar las proporciones en los planes de recortado. En esta etapa no se puede utilizar la cuadrícula, pero sí la representación siguiente:

	300	40	7
200	$300 \times 200 = 60000$	$40 \times 200 = 8000$	$7 \times 200 = 1400$
40	$300 \times 40 = 12000$	$40 \times 40 = 1600$	$7 \times 40 = 280$
5	$300 \times 5 = 1500$	$40 \times 5 = 200$	$7 \times 5 = 35$

Los niños suman los diferentes productos.

Dada la longitud del trabajo, es fácil que pierdan conciencia de la necesidad de afinar la técnica.

TÉCNICAS DE MULTIPLICACIÓN:

OBJETIVOS:

A partir de los recortados y ligados a la descomposición de los números según diferentes órdenes, se hará progresar poco a poco a los alumnos hacia una de las dos técnicas siguientes: Celosía o Fibonacci.

III.1. Técnica de Fibonacci:

Trabajemos sobre un ejemplo ya utilizado: 347×246 . Los niños ya son capaces de producir el siguiente cuadro:

	300	40	7	
	60000	8000	1400	200
	12000	1600	280	40
	1800	240	42	6

Primera etapa:

La reducción de la suma de los productos parciales es larga; vamos a simplificarla. Se obtienen sumas como la siguiente:

$$\begin{array}{r}
 60\ 000 \\
 +\ 8\ 000 \\
 +\ 1\ 400 \\
 +\ 12\ 000 \\
 +\ 1\ 600 \\
 +\ 280 \\
 +\ 1\ 800 \\
 +\ 240 \\
 +\ 42 \\
 \hline
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 69400 \\ \\ 13880 \\ \\ 2082 \end{array}$$

Haremos hincapié en que los tres primeros sumandos son los componentes de la primera fila, los tres siguientes los de la segunda y los tres últimos los de la tercera. Entonces, podríamos haber sumado por filas y habríamos obtenido: 69400, 13880, 1735, en la primera, segunda y tercera filas, respectivamente.

Pero, si en lugar de sumar por filas lo hiciéramos por columnas, la suma anterior quedaría reordenada (propiedad conmutativa de la suma), las sumas parciales nos llevarían ahora a lo siguiente:

$$\begin{array}{r}
 60\ 000 \\
 +\ 12\ 000 \\
 +\ 1\ 800 \\
 +\ 8\ 000 \\
 +\ 1\ 600 \\
 +\ 240 \\
 +\ 1\ 400 \\
 +\ 280 \\
 +\ 42 \\
 \hline
 \end{array}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 73800 \\ \\ 9840 \\ \\ 1722 \end{array}$$

Puesto que ambas sumas han de darnos el mismo resultado, tendremos que:

$$347 \times 246 = \quad 300 \quad 40 \quad 7$$

200	60 000	8 000	1 400	69 400
40	12 000	1 600	280	13 880
6	1 800	240	42	2082
	73 800	9 840	1 722	85 362

Disposición de los cálculos que permite al maestro observaciones y justificaciones como las siguientes:

- El cuadro es autocorrector, al tener que cuadrar las sumas de la cuarta columna y la cuarta filas, correspondientes a la suma de sumas parciales que nos da el deseado producto.
- $347 \times 246 = (300 + 40 + 7) \times (200 + 40 + 6) = (300 \times 200 + 300 \times 40 + 300 \times 6) + (40 \times 200 + 40 \times 40 + 40 \times 6) + (7 \times 300 + 7 \times 40 + 7 \times 6) = \dots$ etc.

III. 2. Técnica de Celosía.

Volvamos al ejemplo anterior: 347×246 :

	300	40	7	
60000	8000	1400		200
12000	1600	280		40
1800	240	42		6

Al considerar la suma total: $60\ 000 + 8\ 000 + 1400 + 12\ 000 + 1600 + 280 + 1800 + 240 + 42$

En cada casilla figura un número constituido por uno o varias cifras seguidas de ceros. Por ejemplo el 1600 está formado por 1 unidad de millar, y 6 unidades de centena....

Cada casilla puede separarse en dos:

	300	40	7	
000 000 +	00 000 +	1 000 +		200
60 000	8 000	400		40
10 000 +	1 000 +	200 +		6
2000	600	80		200
1 000 +	200 +	40 +		40
800	40	2		6

Se pueden escribir del mismo color todas las cifras que van seguidas del mismo número de ceros (lo que en seguida nos llevará a no escribir los ceros).

Se llega así a un reparto más fino que nos conducirá a trazar las diagonales en las casillas (a fin de separar los trazos de los coeficientes que tengan igual color).

Se puede presentar la siguiente disposición:

	10 000	1 000	100	10	1
				4	2
			2	4	0
			2	8	0
	1		4	0	0
	1		6	0	0
	1		8	0	0
	8		0	0	0
1	2		0	0	0
6	0		0	0	0
8	5		3	6	2

Este trabajo y la observación del reparto de los ceros en el plan de recortado nos da una primera idea de la importancia de las diagonales.

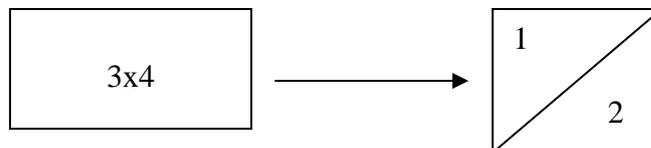
	300	40	7	
	000 000	00 000	1 000	
+	60 000	8 000	400	200
	10 000	1 000	200	
+	2000	600	80	40
	1 000	200	40	
+	800	40	2	6

Se llega

a la disposición final:

		3	4	7	
		0	0	1	
		6	8	4	2
		1	1	2	
		2	6	8	4
		1	2	4	
		8	4	2	6
(1)	(2)	(1)			
8	5	3	6	2	
10 000	1 000	100	10	1	

Observemos que en cada casilla aparece el producto de dos números de una cifra escrito de forma que decenas y unidades están separadas por la diagonal correspondiente.



III.3. ALGORITMO HABITUAL (ABREVIATURA DE LA TÉCNICA DE FIBONACCI).

Volvamos de nuevo al producto 347 x 246:

	300	40	7	
	60000	8000	1400	200
	12000	1600	280	40
	1800	240	42	6

Puesto que el producto deseado se obtenía como suma de sumas parciales de filas o columnas, respectivamente, podemos reducirlo así:

	347		246
200	347x200	ó	246 x 300
40	347x40		246 x 40
6	347x 6		246 x 7

que nos llevan a poder expresar:

	347		246
200	69 400	ó	73 800
40	13 880		9 840
6	2 082		1 722

Y que habitualmente se presentan:

	347		347
	<u> x 246</u>	ó lo que es	<u> x 246</u>
	69 400		2 0 82
	13 880	lo mismo	13 88.
	<u> 2 082</u>		<u> 69 4..</u>
	85 362		85 362

III. 4. COMPARACIÓN DE ESTAS TÉCNICAS.

Es interesante, en el plano pedagógico, presentar estas técnicas y en particular la validación recíproca. Es imprescindible asegurarse de que cada niño automatice y agilice al menos un algoritmo. El enseñante elige el algoritmo definitivo teniendo en cuenta que las dos o tres técnicas presentan diferentes ventajas y proporcionan la misma eficacia.

- El de celosía separa mejor las fases y parece más fiable, en particular para números grandes. Esta técnica que aparece de forma natural a partir del uso de

cuadrículas en la introducción de la multiplicación tiene el inconveniente de ser poco habitual desde el punto de vista cultural.

- El que hemos llamado habitual supone una mayor fluidez y un mayor gusto por el cálculo mental. Permite diferenciar, además, los dos términos del producto el “multiplicando”, identificable a la amplitud de un paso sobre la recta numérica; y el “multiplicador”, que se identifica con el número de pasos.
- El de Fibonacci resalta la estructura numérica de los números y los resultados obtenidos al presentarnos la descomposición en los diversos órdenes de unidades de cada uno de ellos. Es autocorrector.